

## 無段変速同期機の動特性(2)

|                    |   |
|--------------------|---|
| その他（別言語等）<br>のタイトル | Dynamic Characteristics of the Variable Speed Synchronous Machine (2)           |
| 著者                 | 近藤 修  |
| 雑誌名                | 室蘭工業大学研究報告．理工編  |
| 巻                  | 6   |
| 号                  | 3   |
| ページ                | 999-1013  |
| 発行年                | 1969-07-15  |
| URL                | <a href="http://hdl.handle.net/10258/3479">http://hdl.handle.net/10258/3479</a> |

# 無 段 変 速 同 期 機 の 動 特 性 (II)

近 藤 修

## Dynamic Characteristics of the Variable Speed Synchronous Machine (II)

Osamu Kondo

### Abstract

In the preceding paper, the author studied the dynamic behavior of the variable speed synchronous machine which consists of auxiliary machines with two D-C machines, especially set up the fundamental equations describing the system performance and discussed torque angle characteristics of the main machine.

Now, this paper is focused on the speed characteristics of the system. Using the method of signal flow graph, the system performance are simulated on an analogue computer and are solved in the case of the various operating conditions.

The main results can be summarized as follows:

- 1) The speed characteristics are outlined by comparing with D-C shunt motor characteristics.
- 2) The influence of each parameter upon the system performances is clarified.

### 1. ま え が き

前報において、両補助機が直流機によって構成されている無段変速同期機の動特性、特に主機内部相差角の動揺を中心として論じ、樹立された基礎方程式の有効性等を検証した。

此の報告は、同様の系について、負荷トルク変化時等の速度変動特性、及び速度制御時の速度応答特性に焦点をしばり、引続いて線型動特性を解明する。即ち、基礎非線型微分方程式を所与の条件下で線型化し、得られる方程式をシグナル・フロー・グラフの手法を用いて、アナログシミュレートする。次に実験機の諸定数を用い、多様な運転条件を想定して、系各部のパラメータを種々に変更して、解波形を求め、諸特性に及ぼすパラメータの影響を考察し、線型動特性を改善する運転条件等に言及する。又近似解の形式より系の速度特性と直流機のそれを比較し、構成要素との関連を明確にする。

### 2. 速度特性の線型理論

定常運転時において、系の速度変化の原因となるものは、既に論じた通り<sup>1)</sup>、負荷トルクの変動と補助機界磁束の変化であり、主機の母線電圧、界磁束の変化は瞬間的な角速度の動揺

にとどまり、短時間に動揺は消失し、各量の定常値 ( $\delta$  を除いて) の変化が恒久化するものではない。負荷トルクの変化時の線型理論は前報で論じたが、ここでは速度変動の立場から再び取り上げることにする。補助機界磁電圧の変化による速度変化は、それを運転上好ましくない現象として捉えるか、若しくは積極的に速度制御のため利用するか、の差異はあっても、解析の対象は1つであり、此の報告でも特に区別することなく、主として速度制御の立場から解析を進め、必要に応じて速度変動特性に言及する。

基礎方程式は速度制御特性をも記述するため、下記の様に拡張されねばならない。以下本文中用いる記号等は特に指摘しない限り前報と同様とする。

$$L_f^1 \frac{di^{f1}}{dt} + R_f^1 i^{f1} = e_{1f} \quad (1)$$

$$L_f^2 \frac{di^{f2}}{dt} + R_f^2 i^{f2} = e_{2f} \quad (2)$$

$$I_r \frac{d\omega_r}{dt} + \alpha_r \omega_r - \gamma \frac{d\delta}{dt} - f(\delta) - P_1 M_1 i^{f1} i = -\tau_i \quad (3)$$

$$I_s \frac{d\omega_s}{dt} + \alpha_s \omega_s - \gamma \frac{d\delta}{dt} - f(\delta) + n P_2 M_2 i^{f2} i = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = -P_0 \left( \frac{d\omega_r}{dt} + \frac{d\omega_s}{dt} \right) \quad (5)$$

$$L \frac{di}{dt} + Ri + P_1 M_1 i^{f1} \omega_r - n P_2 M_2 i^{f2} \omega_s = 0 \quad (6)$$

即ち、補助機界磁回路の電圧平衡式 (1), (2) が付加される。上式において、

$L_f^1, R_f^1$ : 回転子側補助機界磁の自己インダクタンス及び抵抗

$L_f^2, R_f^2$ : 固定子側補助機界磁の自己インダクタンス及び抵抗

$n$ : 主機固定子と固定子側補助機を直結するギヤの歯数比

### A. 負荷トルク変化

この場合は前報での手法はそのまま利用できるので結果のみをあげる。

$$I_r \frac{d\omega'_r}{dt} + \alpha_r \omega'_r + \gamma \frac{d\delta'_r}{dt} + a\delta' + P_1 M_1 i^{f'1} i' = \Delta\tau \quad (7)$$

$$I_s \frac{d\omega'_s}{dt} + \alpha_s \omega'_s - \gamma \frac{d\delta'_s}{dt} - a\delta' + n P_2 M_2 i^{f'2} i' = 0 \quad (8)$$

$$\frac{d^2 \delta'}{dt^2} = P_0 \left( \frac{d\omega'_r}{dt} - \frac{d\omega'_s}{dt} \right) \quad (9)$$

$$L \frac{di'}{dt} + Ri' - P_1 M_1 i^{f'1} \omega'_r - n P_2 M_2 i^{f'2} \omega'_s = 0 \quad (10)$$

更に、 $\omega'_r, \omega'_s$  の安定解は一般に次式で表される。

$$\omega'_r = -B + C_1 \exp(-ft) + D_1 \exp(-gt) \sin(ht + k_1) \quad (11)$$

$$\omega'_s(t) = B + C_2 \exp(-ft) + D_2 \exp(-gt) \sin(ht + k_2) \quad (12)$$

ここで

$$B = \lim_{t \rightarrow \infty} \omega'_r(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \omega'_s(t) = \Delta\tau / [(\phi_r + \phi_s)^2 / R + (\alpha_r + \alpha_s)] \quad (13)$$

ただし,  $\phi_r = P_1 M_1 i^{f1}$ ,  $\phi_s = n P_2 M_2 i^{f2}$

更に実際の系について, 各パラメータの大きさを比較することにより, (11), (12) 式の各係数は夫々次式で近似できることが明らかになる。

$$f \doteq (\phi_r + \phi_s)^2 / R(I_r + I_s) \quad (14)$$

$$g \doteq \frac{1}{2} \left[ \left\{ (I_s \phi_r - I_r \phi_s)^2 / I_r I_s (I_r + I_s) \right\} + \gamma P_0 / I_0 \right] \quad (15)$$

$$h \doteq (a P_0 / I_0)^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

$$I_0 = I_r I_s / (I_r + I_s) \quad (17)$$

一般に,  $I_s \gg I_r$  の条件が存在するので (12) 式の第 3 項の値は十分小さい, 即ち  $\omega'_s(t)$  には振動成分が殆んど存在しなく,  $\delta'$  の動揺は回転子側の振動によるものであろう。固定子側が (12) 式第 1 項と第 2 項で表される合成波形を画きゆるやかに加速され ( $\Delta\tau$  は正) その角速度の変化を中心として, 回転子側が (16) 式によって定まる周期の減衰振動をし,  $\omega'_s(t)$  と反対に減速すると思われる。この物理条件より,  $C_1 \doteq C_2$  の関係が成立していなければならないが, これは前報であげた夫々の  $s$  領域での式からも容易に推察される<sup>2)</sup>。これらについては後章で演算結果が示される。

## B. 補助機界磁電圧の変化

此の系の速度制御は両補助機の界磁束を变化することにより行なわれるが, 補助機界磁電圧の変化が小さいならば, 基礎方程式は線型化され容易に解析される。速度制御, 即ち補助機界磁電圧の調節制御は, 定常運転における諸条件, 制御の難易, 設備の複雑さ等を考慮して決定されるのであるが, ここでは解析の便利のため, もっとも基本的な操作を仮定することにする。これは回転子側角速度が高いときには, 固定子側補助機界磁束を最大値に保ち, 回転子側補助機界磁束のみを变化する。逆に回転子角速度が低いとき ( $\{\phi_s\}_{\max} = \{\phi_r\}_{\max}$  を満す速度以下) には回転子側補助機界磁束をその最大値に保ち, 固定子側補助機界磁束のみを变化するものである。一方速度変動を問題とする場合には, 一般的に, 両者が同時に变化するのであるが, 線型可能であれば両者の变化による効果を重畳するだけで十分であり, 容易に説明されよう。

さて基礎方程式 (1)~(6) において, 補助機界磁電圧  $e_{1f}$ , 又は  $e_{2f}$  が  $t=0$  において夫々  $\Delta e_{1f}$ ,  $\Delta e_{2f}$  の階段的小変化をしたと仮定し, このとき各変数が次の様に小変化したとする。

$$\left. \begin{aligned} i^{f1} &= I^{f1} + i^{f1'}, & i^{f2} &= I^{f2} + i^{f2'}, & \delta &= \delta_0 + \delta' \\ \omega_r &= \omega_{r0} - \omega'_r, & \omega_s &= \omega_{s0} + \omega'_s, & i &= I + i' \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

(1), (2) 式は直ちに

$$L_f^1 \frac{di^{f1'}}{dt} + R_f^2 i^{f1'} = \Delta e_{1f} \quad (19)$$

$$L_f^2 \frac{di^{f2'}}{dt} + R_f^2 i^{f2'} = \Delta e_{2f} \quad (20)$$

と書かれ、(3)~(6) 式の線型化も前報の手法と殆んど同様である。只この場合は補助機の相互インダクタンスが界磁電流の変化に関して非線型になるので若干付加的手法が必要となる。

今、 $\phi_r = P_1 M_1 i^{f1}$  であったから、 $i^{f1}$  の変化による  $\phi_r$  の変化を

$$\phi_r + \phi'_r = \phi_r + \left\{ \frac{\partial \phi_r}{\partial i^{f1}} \right\}_{i^{f1}=I^{f1}} i^{f1'} = P_1 M_1 I^{f1} + P_1 m_1 i^{f1'}$$

とおけば (3) 式は

$$-I_r \frac{d\omega'_r}{dt} + \alpha_r (\omega_{r0} - \omega'_r) - \gamma \frac{d\delta'}{dt} - f(\delta_0) - a\delta' - (\phi_r + \phi'_r)(I + i') = -\tau_t$$

上式第 6 項は

$$(\phi_r + \phi'_r)(I + i') = \phi_r I + \phi_r i' + \phi'_r I + \phi'_r i' = \phi_r I + \phi_r i' + P_1 m_1 (I i^{f1'} + i^{f1'} i')$$

となり、2 次の微小量を無視し、かつ

$$\alpha_r \omega_{r0} - f(\delta_0) + P_1 M_1 I^{f1} I = -\tau_t$$

であることを考慮すれば (13) 式は結局

$$I_r \frac{d\omega'_r}{dt} + \alpha_r \omega'_r + \gamma \frac{d\delta'}{dt} + a\delta' + \phi_r i' + P_1 m_1 I i^{f1'} = 0 \quad (21)$$

となる。同様にして以下次式が得られる。

$$I_s \frac{d\omega'_s}{dt} + \alpha_s \omega'_s - \gamma \frac{d\delta'}{dt} - a\delta' + \phi_s i' + (nP_2 m_2 I i^{f2'}) = 0 \quad (22)$$

$$\frac{d^2 \delta'}{dt^2} = P_0 \left( \frac{d\omega'_r}{dt} - \frac{d\omega'_s}{dt} \right) \quad (23)$$

$$L \frac{di'}{dt} + Ri' - \phi_r \omega'_r + P_1 m_1 \omega_{r0} i^{f1'} - \phi_s \omega'_s - (nP_2 m_2 \omega_{s0} i^{f2'}) = 0 \quad (24)$$

ここで (22), (24) 式において夫々の第 6 項は  $e_{2f}$  の変化時のみに現われる。(9)~(24) 式は  $a > 0$  ならば安定解を有し、その一般形は

$$\omega'_r(t) = B_3 + E_3 \exp(-lt) + C_3 \exp(-ft) + D_3 \exp(-gt) \sin(ht + k_3) \quad (25)$$

$$\omega'_s(t) = B_4 + E_4 \exp(-lt) + C_4 \exp(-ft) + D_4 \exp(-gt) \sin(ht + k_4) \quad (26)$$

となる。ここで  $l = R_f^2/L_f^2$  又は  $l = R_s^2/L_s^2$  であり

$$|B_3| = |\lim_{t \rightarrow \infty} \omega'_r(t)| = |B_4| = |\lim_{t \rightarrow \infty} \omega'_s(t)| = \frac{P_1 m_1 \Delta e_{1f} \{ \omega_{r0} (\phi_r + \phi_s) / R - I_a \}}{\{ (\phi_r + \phi_s)^2 / R + (\alpha_r + \alpha_s) \} R_f^1} \quad (e_{1f} \text{ の変化}) \quad (27)$$

$$= \frac{n P_2 m_2 \Delta e_{2f} \{ \omega_{s0} (\phi_r + \phi_s) / R + I_a \}}{\{ (\phi_r + \phi_s)^2 / R + (\alpha_r + \alpha_s) \} R_f^2} \quad (e_{2f} \text{ の変化}) \quad (28)$$

$\omega'_r(\infty)$ ,  $\omega'_s(\infty)$  の値は、定常速度特性で与えた既報の結果 ( $\alpha_r = \alpha_s = 0$ ) と同様であることは容易に検証できる。さて (25), (26) 式より速度応答特性は負荷トルク変化時に比べて補助機界磁回路の自己インダクタンスによる界磁電流、従って界磁束変化の遅れが加わる外解の形は全く同様であることがわかる。詳細は後章で具体的な解波形によって考察するが、此の場合は両式の第 2 項の遅れ成分によって、 $\omega'_r(t)$  の波形も振動成分が殆んど無視できることを予期させられる。結局速度制御時の解波形は、 $E_3$ ,  $E_4$  及び  $C_3$ ,  $C_4$ ,  $l$ ,  $f$  の値によって決定されることになる。

### 3. アナログシミュレーション

系の線型動特性の理論解は、(7)~(10) 又は (19)~(24) の各式に解析しようとする系の各定数及び運転条件 (初期条件) を入れて解くことであるが、各パラメータ等の変化に対する系特性の変化を詳細に検討するため、ここでは、アナログ電子計算機を用いる。又上各式をアナログ電子計算機のダイアグラムで表現するため、signal flow graph<sup>3),4)</sup> を用いる。この手法を用いることによって、系のアナログシミュレーションがより直接的、系統的になる等有利な点が多い。

#### A. 系の all integrator signal flow graph<sup>5)</sup> による表現

系の線型動特性を表現する signal flow graph は (7)~(10) 式又は (19)~(24) 式に於ける各変数間の関係を、適当に選択された節と、向きを持つ枝路で画くことであるが、節間の関係位置のとり方、変数間の関係式の形の選択等により種々の形のものが可能であり、ここではアナログ電子計算機のダイアグラムとの対応のため、所謂 all integrator signal flow graph の形を利用する。

さて線型方程式の各式を見ると、負荷トルク変動時と速度制御時とでは入力  $\Delta \tau$  又は  $\Delta e_{1f}$ ,  $\Delta e_{2f}$  の項のみに差があるだけでその他は全く同様である。従って両者の signal flow graph は夫々、入力の枝路を除いて全く同様にすることが出来る。さて (7) 式をラプラス変換し、かつ次の如く変形する。

$$s \Omega_r(s) = (\Delta \tau / s - \alpha_r \Omega_r(s) - s \tilde{I} \Delta(s) - a \Delta(s) - \phi_r I(s)) / I_r \quad (29)$$

$$\Omega_r(s) = s^{-1} (s \Omega_r(s)) \quad (30)$$

$$\Delta(s) = s^{-1} (s \Delta(s)) \quad (31)$$

上の各式の  $s \Omega_r(s)$ ,  $\Omega_r(s)$ ,  $s \Delta(s)$ ,  $\Delta(s)$ ,  $s I(s)$ ,  $I(s)$  を夫々 図-1 のように節とし、各節間を各式の係数に等しい大きさ、符号、向きを枝つ枝路で連結する (図-1 太線の枝路)。(8) 式以下も

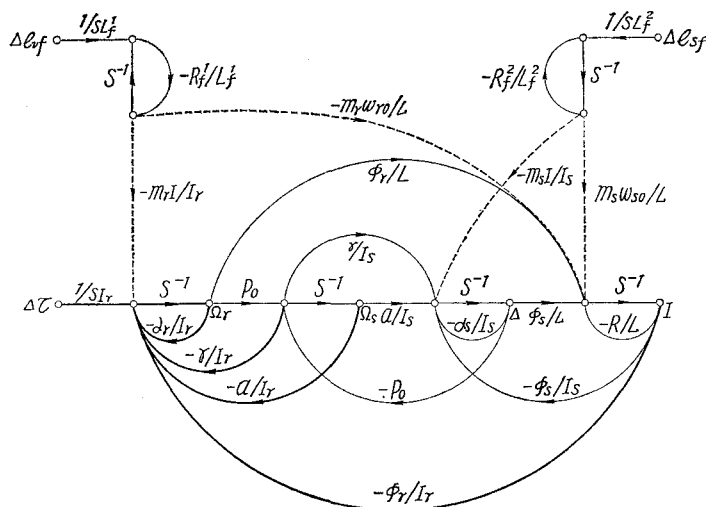


図-1 系の all integrator signal flow graph

同様の手法を用いて画けば、完成された signal flow graph として図-1 が得られる。図-1 は (7)~(10) 式及び (19)~(24) 式を同時に表現しているが、負荷トルク変動の場合は入力  $\Delta\tau$  の枝路を連結すればよく、速度制御時には  $\Delta e_{1f}$  又は  $\Delta e_{2f}$  の枝路を連結すればよい。

一方よく知られているように、signal flow graph を用いて、図式的に、系の夫々の伝達関数を知ることが出来る。これにはグラフを等価変換して最終的に入力、出力間を一本の枝路で連結するものであり、他は所謂 Mason の直接法<sup>4)</sup>である。ここではその手法にはふれないが、Mason の直接法を用いて求めた各部の伝達関数を記しておく。

#### a. 回転子側補助機界磁電圧の変化

$$\begin{aligned} \Omega_r(s) = & -\Delta e_{1f} P_1 m_1 \left( s^2 (\phi_r \omega_{r0}/R - I) I_s + s [\gamma P_0 \{(\phi_r + \phi_s) \omega_{r0}/R - I\} \right. \\ & \left. + (\alpha_s \phi_r \omega_{r0} - I \phi_s^2)/R - \alpha_s I] + a P_0 \{(\phi_r + \phi_s) \omega_{r0}/R - I\} \right) / s(sL_f^2 + R_f^2) A \quad (32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Omega_s(s) = & \Delta e_{1f} P_1 m_1 \left( s^2 \phi_s \omega_{r0} I_r/R + s [\gamma P_0 \{(\phi_r + \phi_s) \omega_{r0}/R - I\} \right. \\ & \left. + (\phi_r \phi_s I + \alpha_r \phi_s \omega_{r0})/R] + a P_0 \{(\phi_r + \phi_s) \omega_{r0}/R - I\} \right) / s(sL_f^2 + R_f^2) A \quad (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta(s) = & \Delta e_{1f} P_1 m_1 \left( s \{I_s \phi_r - I_r \phi_s\} \omega_{r0}/R - I_s I \right. \\ & \left. + \{(\alpha_s \phi_r + \alpha_r \phi_s) \omega_{r0}/R - \phi_s I (\phi_s + \phi_r)/R - \alpha_s I\} \right) / s(sL_f^2 + R_f^2) A \quad (34) \end{aligned}$$

#### b. 固定子側補助機界磁電圧の変化

$$\begin{aligned} \Omega_r(s) = & \Delta e_{2f} n P_2 m_2 \left( s^2 \phi_s \omega_{r0} I_s/R + s [\gamma P_0 \{(\phi_r + \phi_s) \omega_{s0}/R + I\} \right. \\ & \left. + (\alpha_s \phi_r \omega_{s0} - \phi_r \phi_s I)/R] + a P_0 \{(\phi_r + \phi_s) \omega_{s0}/R + I\} \right) / s(sL_f^2 + R_f^2) A \quad (35) \end{aligned}$$

$$\Omega_s(s) = -\Delta e_{2f} n P_2 m_2 \left( s^2 (\phi_s \omega_{s0} I_r / R + I_r I) + s [\gamma P_0 \{ (\phi_r + \phi_s) \omega_{s0} / R + I \} \right. \\ \left. + (\phi_r^2 I + \alpha_r \phi_s \omega_{s0}) / R + \alpha_r I \right] + a P_0 \{ (\phi_r + \phi_s) \omega_{s0} / R + I \} \Big) / s (s L_f^2 + R_f^2) A \quad (36)$$

$$\Delta(s) = -\Delta e_{2f} n P_2 m_2 \left( s \{ (I_r \phi_s - I_s \phi_r) \omega_{s0} / R + I_r I \} \right. \\ \left. + \{ (\alpha_r \phi_s - \alpha_s \phi_r) \omega_{s0} / R + \phi_r I (\phi_r - \phi_s) / R + \alpha_r I \} \right) / s (s L_f^2 + R_f^2) A \quad (37)$$

ここで

$$A \doteq s^3 I_r I_s + s^2 [(I_r \phi_s^2 + I_s \phi_r^2) / R + \{ I_r (\alpha_s + \gamma P_0) + I_s (\alpha_r + \gamma P_0) \} + s \{ \phi_s^2 (\alpha_r + \gamma P_0) \\ + \phi_r^2 (\alpha_s + \gamma P_0) + 2 \phi_r \phi_s \gamma P_0 \} / R + \alpha_r \alpha_s + \gamma P_0 (\alpha_r + \alpha_s) + a P_0 (I_r + I_s)] \\ + a P_0 \{ (\phi_r + \phi_s)^2 / R + (\alpha_r + \alpha_s) \} \quad (38)$$

上の各式より、各角速度の変化を示す安定解は、一般に、(25)、(26)式で表されることが明らかとなるであろう。

#### B. アナログ計算機による系の模擬

前節の signal flow graph において、 $1/s$  を含む各枝路は係数ポテンショと積分器によって又その他の枝路は係数ポテンショと必要ならば加算係数器で置換えれば、直ちにアナログ電子計算機のダイアグラムとなり、系線型動特性の演算が可能になる。此の際注意すべきことは、signal flow graph が  $s$  領域における表現である場合には、アナログ電子計算機では  $t$  領域での量を扱うので、入力枝路の形を考慮しなければならない。例えば、入力が単位関数である場合、 $s$  領域では  $1/s$  となるが、 $t$  領域では  $1$  である。その他アナログ電子計算機のプログラミングの手法、例えばスケール変換等については従来と異なるところはない。

### 4. 演算結果及び考察

以下アナログ電子計算機による系の線型動特性の解波形を示し、パラメータの影響等について考察する。尚モデル機としては、前報と同様の実験機<sup>2)</sup>を用いている。

#### A. 負荷トルク変化時

図-2～図-5は負荷トルクの変化幅を  $0.5 N\cdot m$  とした場合の各量の過渡変動を示すもので、系の多様な運転条件を想定して、夫々に対応するパラメータ値を実測、若しくは仮定すること

表—1 負荷トルク変動時の運転条件

| 図 番 号 | 主機電機<br>子 電 流 | $a$  | $i_f^1$ | $\phi_r$ | $i_f^2$ | $\phi_s$ | $I$  | $R$ | $\omega_{r0}$ |
|-------|---------------|------|---------|----------|---------|----------|------|-----|---------------|
| 図—2   | 3.5           | 26.5 | 0.0     | 0.108    | 0.43    | 1.961    | 2.51 | 2.8 | 146           |
| 図—3   | 3.5           | 26.5 | 0.43    | 0.981    | 0.43    | 1.961    | 2.41 | 2.8 | 104           |
| 図—4   | 3.5           | 26.5 | 0.43    | 0.981    | 0.1     | 0.93     | 4.65 | 2.0 | 78.7          |
| 図—5   | 13            | 36.5 | 0.1     | 0.464    | 0.43    | 1.961    | 11.7 | 1.5 | 111           |



によって、それらの影響を調べるために行なった演算結果の一部である。各図の場合の運転条件等を表-1に示す。

実験機についての調節可能なパラメータは  $\phi_r$ ,  $\phi_s$  のみであり、その他運転状態により定ッ

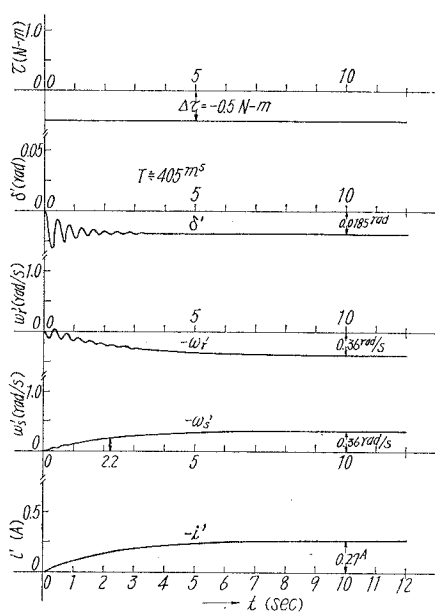


図-2 負荷トルク変化時の動特性 (1)

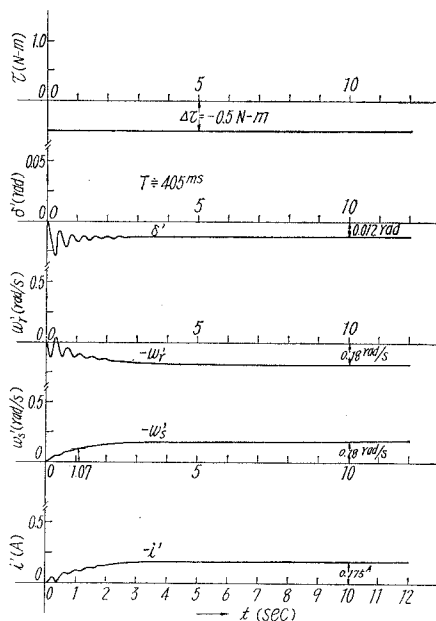


図-3 負荷トルク変化時の動特性 (2)

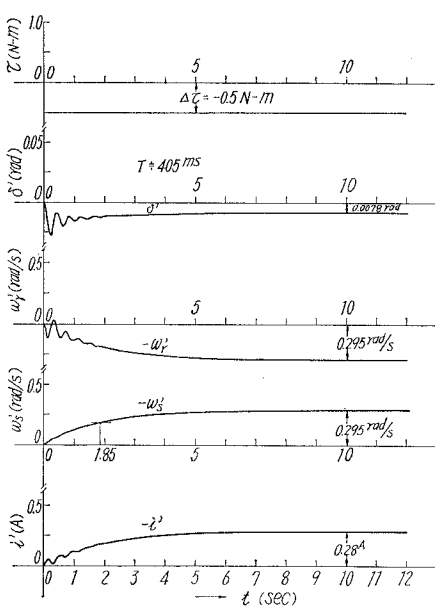


図-4 負荷トルク変化時の動特性 (3)

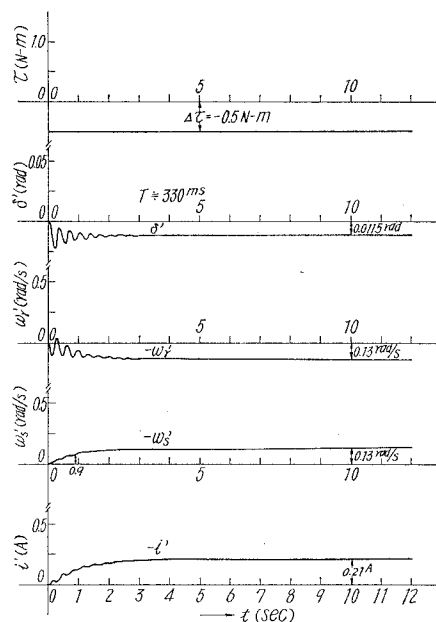


図-5 負荷トルク変化時の動特性 (4)

てくるものには  $\alpha$ ,  $R$  がある。従って 図-2~図-4 では主として  $\phi_r$ ,  $\phi_s$  の変化を調べ 図-5 では  $\alpha$  の変化が調べられている。又補助機電機子回路の抵抗  $R$  は巻線のみを考慮すれば一定であるが、一般にはブラシ降下の非線型のため負荷の軽重によって変化するので、図-4, 図-5 で実際の場合に即して、その効果を加味している。その他慣性モーメント、制動係数等も影響が考えられるが、ここではその演算結果を示さず考察のみに止めた。

#### a. 角速度の変動

上の各図に示す通り、 $\omega'_s(t)$  の過渡特性は、第2章での予想通り、振動成分が殆んど見られず、略一次遅れ要素としての特性を示す。例えば 図-2 の場合、 $\omega'_s(t)$  を数式で表現すれば、

$$\omega'_s(t) \doteq -0.36(1 - e^{-0.45t})$$

となり、(13), (14) 両式より計算される近似解によく一致している。このことは  $I_s$  が十分小さくなり、 $I_r$  の大きさに近づかない限り成立していることが、他の演算結果からも確められる。従って、一般的に  $I_s \gg I_r$  の条件の下で

$$\omega'_s(t) = \frac{R_d \Delta \tau}{(\phi_r + \phi_s)^2 + R(\alpha_r + \alpha_s)} \left( 1 - e^{-\frac{(\phi_r + \phi_s)^2}{R(I_r + I_s)} t} \right) \quad (39)$$

と表現でき、各パラメータの影響が鮮明となる。更にこの特性を明確にするため、直流分巻電動機と同条件に於ける速度変動と比較して見よう。数式で表現すれば

$$\omega'_d(t) \doteq \frac{R_d \Delta \tau}{\phi_d^2 + R_d \alpha_d} \left( 1 - e^{-\frac{\phi_d^2}{R_d I_d} t} \right) \quad (40)$$

ここで  $\omega'_d(t)$ : 直流分巻電動機の負荷トルク変化時の速度変動  
 $R_d, \alpha_d, I_d, \phi_d$ : 夫々直流分巻電動機の電機子抵抗、機械的制動係数、慣性モーメント、界磁束

とする。

(39), (40) の両式及び、各図より、 $\omega'_s(t)$  と  $\omega'_r(t)$  の解波形は、その振動成分を無視して、時間軸に対して上下対象であることから、一般的に次の様に云い得る“系の負荷トルク変動時における平均的な速度変動特性は、慣性モーメントが  $(I_r + I_s)$ 、界磁束が  $(\phi_r + \phi_s)$  等である、直流分巻電動機のそれと等価である”。各パラメータの影響は図及び (39) 式から明らかであるが、通常の直流分巻電動機に比較して、慣性モーメントが  $(I_r + I_s)$  の形で含まれているので  $I_s \gg I_r$  なる条件を考慮すれば、速度変化は相当ゆるやかになることが理解されよう。この性質はむしろ、速度制御特性において重要視されるべきと思われる。次に可調節パラメータ  $\phi_r$ ,  $\phi_s$  は定常的な速度変化、減衰定数  $f$ ,  $g$  に広範囲な影響を与えている。角速度に対しては、図のような一様増減に対しては、むしろ  $f$  の増加による変化の速度が大になっても、定常的な変化値が小さい程有利であるから、この見地からのみでは  $(\phi_r + \phi_s)$  の値を可能な限り大にすべきであろう。制動係数  $\gamma$ ,  $\alpha_r$ ,  $\alpha_s$  は共に  $f$ ,  $g$  の値に影響するが、 $\gamma$  は特に振動成分の抑制に役立つ、し

かし  $\alpha_r, \alpha_s$  は、通常の機械では、その影響は無視できる程小さい。

$\omega'_r(t)$  には動揺の初期に無視できない振動成分が存在し、主機内部相差角の動揺が主としてこれによっていることは明らかであるが、特に 図-5 から、重負荷において、定常値の変化と初期振動の振幅値に大きな差異がない。この性質は  $(\phi_r + \phi_s)$  の値が大きい場合も見られ、精密な速度制御装置が必要となる時検討されるべき問題となろう。

#### b. 主機内部相差角及び補助機電機子電流

主機内部相差角の動揺特性については前報で述べたが、アナログ電子計算機による演算結果からも、付け加えるべきものは少ない。ここでは前報でふれ得なかった点につき若干述べる。

(1) 主機固定子拘束時に比較して、 $\gamma$  による制動項は

$$\gamma P_0/I_0 > \gamma P_0/I_r$$

のように、固定子回転型の方が常に振動の減衰は大となる。更に (15) 式右辺括弧内第一項が両補助機の界磁束による減衰項となって加わるので、 $g$  の値は系の如何なる運転状態に於いても、 $\gamma P_0/I_r$  より大になり、安定運転上、固定子回転により不利になることはない。

(2) 安定運転からは  $g$  の値が大なる程有利なのは明らかであるが、同一負荷状態においては (15) 式括弧内の補助機界磁束と関連する制動項  $(I_s \phi_r - I_r \phi_s)^2 / I_r I_s (I_r + I_s) R$  を大にすればよい。一方  $I_s \phi_r > I_r \phi_s$  を満足する速度では  $\phi_s$  の値を小にすることによって此の目的は達せられるが、 $I_s \gg I_r$  の条件では、 $s < 0$  の殆んどの速度領域で上記の条件を満すことになるので、一般的に、単に振動の減衰を大にするためには  $\phi_s$  を、所定の条件下で可能な限り小にすればよいことになる。然し、このことは  $\delta$  の定常変化を増大させ、補助機回路の銅損の増加ともなるので十分検討されねばならない。

補助機電機子電流  $i(t)$  は、主機固定子に対するブレーキトルク及び回転子側の加減速トルクと関連し、その変化は角速度特性等に可成りな影響があるが、その変動は、図から明らかな様に、変化の初期に若干の振動成分が認められる外、略固定子側の角速度  $\omega'_s(t)$  と同様に变化する。これには勿論、 $\phi_r, \phi_s$  等の影響が大きく、 $(\phi_r + \phi_s)$  の増加は  $i(\infty)$  の値を減少させ、その時定数を小にする等、その効果は角速度に対するものと同様である。その外補助機電機子回路

表-2 速度制御時の運転条件

| 図番号  | 主<br>電<br>機<br>電<br>流 | $a$  | $i_f^1$ | $\phi_r$ | $P_1 m_1$ | $i_f^2$ | $\phi_s$ | $n P_2 m_2$ | $I$  | $R$ | $\omega_{r0}$ | $\omega_{s0}$ | $L_f^1$ | $L_f^2$ | $R_f^1 = R_f^2$ | 備 考                        |
|------|-----------------------|------|---------|----------|-----------|---------|----------|-------------|------|-----|---------------|---------------|---------|---------|-----------------|----------------------------|
| 図- 6 | 5                     | 28.1 | 0.1     | 0.464    | 4.07      | 0.43    | 1.961    | 1.22        | 3.70 | 2.2 | 121           | 36            | 323     | 320     | 210             | $P_1 = P_2 = 2$<br>$n = 2$ |
| 図- 7 | 5                     | 28.1 | 0.2     | 0.758    | 2.02      | 0.43    | 1.961    | 1.22        | 3.70 | 2.2 | 111           | 46            | 323     | 320     | 210             |                            |
| 図- 8 | 5                     | 28.1 | 0.2     | 0.758    | 2.02      | 0.43    | 1.961    | 1.22        | 3.70 | 2.2 | 111           | 46            | 50      | 320     | 210             |                            |
| 図- 9 | 5                     | 28.1 | 0.43    | 0.982    | 0.61      | 0.43    | 1.961    | 1.22        | 3.62 | 2.2 | 103           | 54            | 323     | 320     | 210             |                            |
| 図-10 | 5                     | 28.1 | 0.43    | 0.982    | 0.61      | 0.1     | 0.928    | 8.14        | 7.7  | 1.7 | 84            | 73            | 323     | 320     | 210             |                            |
| 図-11 | 13                    | 36.5 | 0.1     | 0.464    |           | 0.43    | 1.961    | 1.22        | 11.7 | 1.5 | 111           | 46            | 323     | 320     | 210             |                            |

のインダクタンスの作用が考えられるが、通常  $L/R$  の値は慣性モーメント等による時定数の値に比べて十分小さく無視して差支えない。

## B. 速度制御時

補助機界磁電圧を、 $t=0$  において、階段的に変化した場合の解波形を、図-6～図-11 に示

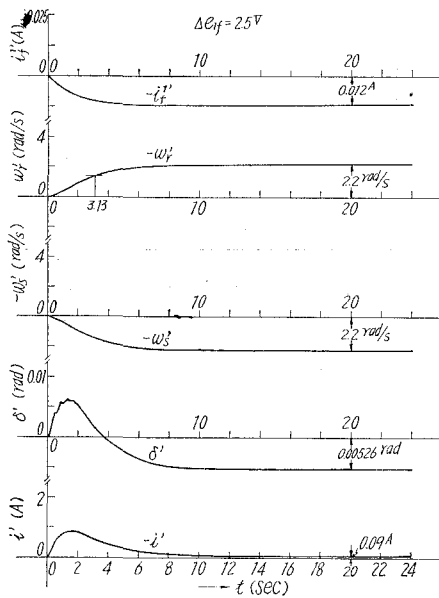


図-6 速度制御時の動特性 (2)

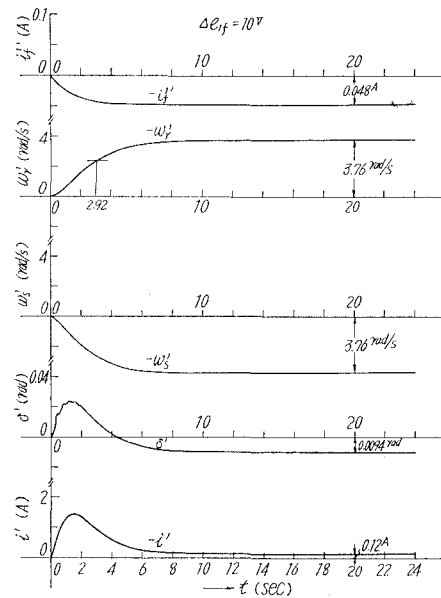


図-7 速度制御時の動特性 (3)

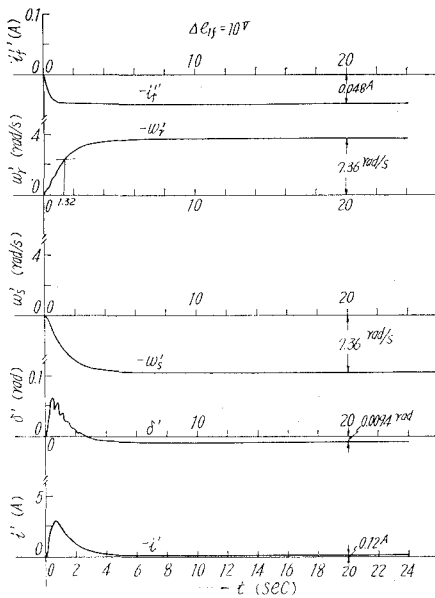


図-8 速度制御時の動特性 (4)

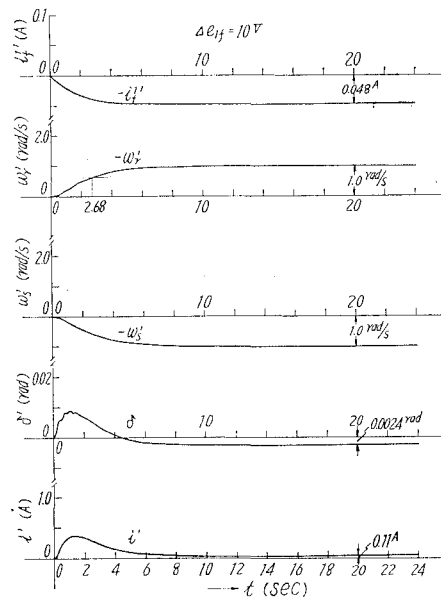


図-9 速度制御時の動特性 (5)

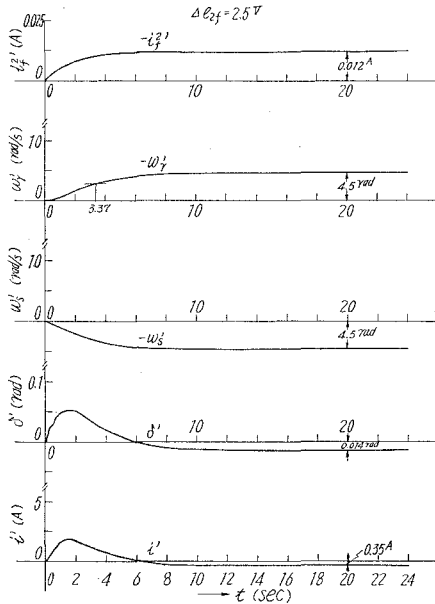


図-10 速度制御時の動特性 (6)

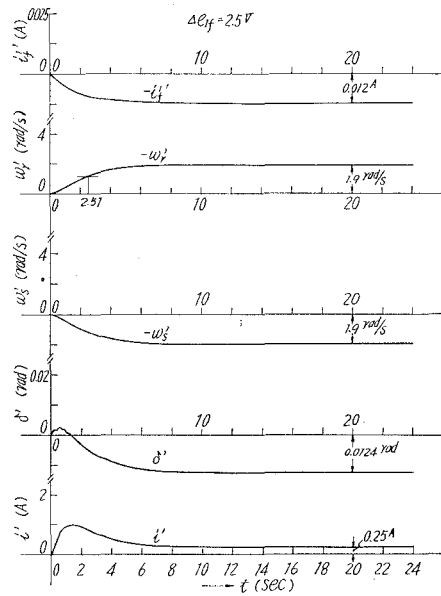


図-11 速度制御時の動特性 (7)

す。又夫々の運転条件は表-2の通りである。図-6～図-10は主機入力一定の条件下での、パラメータの影響を調べて居り、図-6, 7, 9に於いて高速領域、従って $e_{1f}$ の変化、に於ける補助機界磁束の変化を、そして図-8に於いて、補助機磁回路の時定数の効果が、夫々取り上げられている。図-10は低速領域、 $e_{2f}$ の変化、での解波形であり、図-11では高速領域で重負荷時の解波形である。

### a. 速度 応 答

図から $\omega_r'(t)$ ,  $\omega_s'(t)$ の波形には振動成分が殆んど含まれていないことがわかるが、これは前述した様に補助機界磁回路のインダクタンスの影響が主なものと考えられる。従って応答曲線は次式によって精度高く近似できる。 $e_{1f}$ 変化の場合

$$\omega_r'(t) \doteq \frac{\Delta e_{1f} P_1 m_1 \{(\phi_r + \phi_s) \omega_{r0} - IR\}}{(\phi_r + \phi_s)^2 R_f^1} + E_3 \exp\left(-\frac{R_f^1}{L_f^1} t\right) + C_3 \exp\left(-\frac{(\phi_r + \phi_s)}{R(I_r + I_s)} t\right)$$

$e_{2f}$ 変化の場合

$$\begin{aligned} \omega_r'(t) \doteq & \frac{\Delta e_{2f} n P_2 m_2 \{(\phi_r + \phi_s) \omega_{s0} + IR\}}{(\phi_r + \phi_s)^2 R_f^2} + E'_3 \exp\left(-\frac{R_f^2}{L_f^2} t\right) \\ & + C'_3 \exp\left(-\frac{(\phi_r + \phi_s)^2}{R(I_r + I_s)} t\right) \doteq \omega_s'(t) \end{aligned}$$

一方、直流分巻電動機の界磁制御時の速度応答特性は、線型近似で、次式で与えられる。

$$\omega_d'(t) \doteq \frac{\Delta e_{af} m_d (\phi_d \omega_{d0} - IR_d)}{\phi_d^2 R_f^d} + E_d \exp\left(-\frac{R_f^d}{L_f^d} t\right) + C_d \exp\left(-\frac{\phi_d^2}{R_d I_d} t\right)$$

但し、各記号及び添字  $d$  等は無段変速同期機の場合と同様の意味を持ち、直流分巻機に適用されていることを示している。明らかに、速度制御特性も分巻電動機の場合と等価であり、各パラメータの影響も容易に解明できる。次に  $\omega_r'(t)$ ,  $\omega_s'(t)$  の変化は、図及び上式より、2つの単純減衰項よりなる二次要素の特性で代表できるが、これを近似的に、一次要素の特性で再び近似し、定常変化値の 63.2% の値を示す迄の時間をその時定数としたとき、その時定数と上式より夫々の減衰定数を計算した値、又はその逆数(時定数)の和との間に密接な関係が存在していることが確められる。例えば図-7の場合、図より求めた等価時定数は約 2.9 秒であるが、近似計算された各時定数の和は約 2.6 秒となり、よく一致して居る、この関係は他の運転条件に於いても保持されている。図-8は補助機界磁回路の時定数を減少するため、そのインダクタンスを平常値の約 15% に減少した場合であり、 $\omega_r'(t)$  の応答速度もその減少分だけ早くなっていることがわかる。図-9 は  $(\phi_r + \phi_s)$  の値が最大の場合であり、図-6の場合に比較して応答速度が大になっている、又界磁束通路の飽和のため  $m_1$  の値が小さくなり、同一  $\Delta e_{1f}$  に対して、速度変化の幅等が小さくなっていることも知られる。その他慣性モーメント等の影響は、負荷トルク変動の場合と同様であることは数式からも容易に首肯できよう。図-10は低速領域での特性で、 $e_{2f}$  を変化しているが、他の条件が同一であれば解波形には本質的な変化が生じないことを示している。図-11は重負荷運転時の波形で、 $a$ ,  $R$ ,  $I$ , 等の値を除いては図-6と同条件であるが、 $\omega_r'(t)$  の時定数は  $R$  の減少分だけ小になっている外、速度応答には大きな影響はない。各図を通じて、補助機電機子電流の波形が目立ち、特に補助機界磁回路のインダクタンスが小さい場合、初期の立上りが急峻になる。此の様な波形に対しては、補助機電機子回路のインダクタンスの影響があると思われる。然し、ここでは示さなかったが、電機子電流の初期の立上りを若干ゆるめる作用は認められたが、速度応答には取り上げる程の変化は見られなかった。

## b. 主機内部相差角

速度制御時の主機内部相差角の動揺は図より明らかな様に、その初期値の大きさに比較して、問題にならない程小さく、線型可能な入力に対しては特に取り上げる必要がない程度である。然し変化の最終値と動揺初期の符号が異なり、速度応答の増加と共に初期動揺の振幅が増大するのには注目する必要がある。即ち、重負荷運転時に於いて、急激に速度低下させようとする場合、系が不安定に落入の可能性を持っているからである。この現象の詳細な解明は非線型動特の領域であり、ここでは論述しない。

## c. 補助機界磁回路電圧変動時の特性

補助機界磁電圧の予期しない変動による速度変化においては、速度制御時と異なり、両補助機の界磁電圧が同時にかつ同方向にその大きさが変化すると仮定するのが最も一般的である。定常特性から知られるように、 $\phi_r$ ,  $\phi_s$  の変化の向きが同じであれば、夫々の影響は互に打消し合う。図-12は図-6の条件と全く同様で、只  $\Delta e_{1f}$ ,  $\Delta e_{2f}$  を同値、同方向に変化させた場合

であるが、 $\omega_r'(t)$ 、 $\omega_s'(t)$ の相対値は図-6の場合に比較して略同様に变化して居り波形上本質的な差異はない。これは $m_2$ の値が磁気飽和のため、 $m_1$ の1/7になっていることと、 $\omega_{r0} > \omega_{s0}$ の条件のためで、 $\phi_r$ の変化の影響が優勢であったためである。図-13は $m_1\omega_{r0} \doteq m_2\omega_{s0}$ の条件を満たす様 $m_2$ の値を変化した外、他のパラメータは図-12と全く同様の場合の演算結果であるが、 $\omega_r'(\infty)/\Delta e_f$ が可成り小になって居り、かつこの場合は、固定子側界磁束の変化による影響が勢優であり、 $\omega_r'(t)$ 、 $\omega_s'(t)$ 等の極性が逆になっている。従って、 $m_1$ 、 $m_2$ 、 $\omega_{r0}$ 、 $\omega_{s0}$ の値に対して、 $\Delta e_{1f}$ 、 $\Delta e_{2f}$ の値が適当であれば、両者は互に打ち消し合い、定常時、過渡時共に速度変動が生じない様な条件が存在し得る。これは、両補助機界磁回路(電源部も含めて)の設計において、考慮されるべきであろう。

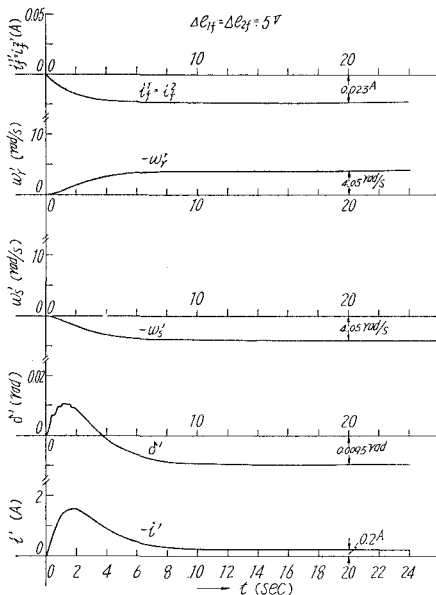


図-12 補助機界磁電圧変動時の動特性 (1)

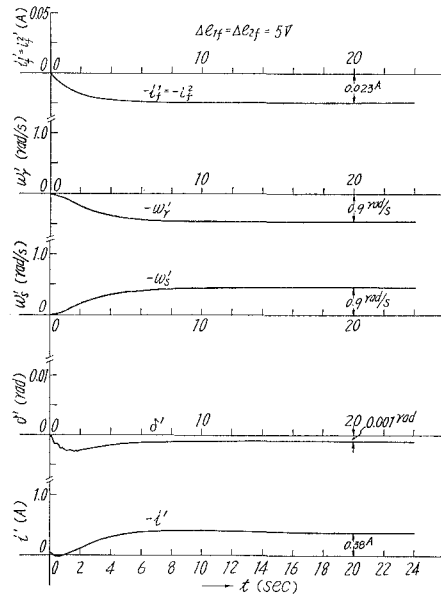


図-13 補助機界磁電圧変動時の動特性 (2)

## 5. む す び

以上、負荷トルクの変化等に起因する速度変動、及び速度制御特性についての線型理論とアナログ電子計算機による演算結果について論じて来た。主要な結論は以下の如くなる。

1. 負荷トルクの小さな変動に対する系の速度変動特性は、直流分巻電動機の負荷トルク変動時のそれと等価であり、且つ主要パラメータの影響も、両補助機の夫々の和で表され外、同様である。

2. 補助機界磁電圧の変化による速度変動特性は、一般的に、両補助機の影響が打ち消し合い、変動幅は小となり、或る条件を満たせば、定常時、過渡時共略0にすることが可能になる

等有利である。

3. 速度制御時の応答は分巻電動機の界磁制御の場合と等価であるが、固定子側、回転子側の慣性モーメントが和の形で時定数に影響するため、応答速度は一般的に遅くなる。従って応答を大にするためには、運転上、 $(\phi_r + \phi_s)$  を極力大にすること、設計上、特に  $I_s \gg I_r$  の条件では、 $I_s$  を小する様注意されるべきである。

前報での主機内部相差角の動揺特性、そして此の報告の速度特性についての解析により、略無段変速同期機の電動作用時における線型動特性が明らかになった。尚此の報告では実験的検証にはふれなかったが、現在迄の予備的実験では略一致する結果が得られている。線型動特性に関する若干の実験、更に非線型動特性の解明が今後の課題となる。

終りに、日頃御指導頂いている本学電気工学科、図所忠則教授並びにアナログ電子計算機の使用等に際し便宜を頂いた基礎電気工学講座の各位に深甚な謝意を呈します。

(昭和44年4月30日受理)

#### 文 献

- 1) 図所忠則・近藤 修・伊達隆三：電気学会雑誌，87-4，774 (1967).
- 2) 近藤 修：室工大研報，5，2，540 (1968).
- 3) Samuel J. Mason：Proceedings of the I.R.E.，1144 (1953).
- 4) Samuel J. Mason：Proceedings of the I.R.E.，920 (1956).
- 5) V. Govrishanke：Electromechanical Energy Conversion，296，International Text Book. Co. (1965).